

CENTRO	I.E.S.O. "JOAQUIN ROMERA"		12-2C-20
TÍTULO	<i>PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS</i>	CURSO	2º ESO
PROFESORA	Mª TERESA GUTIÉRREZ	ASIGNATURA	Matemáticas

Plan de mejora de las competencias lectoras en la ESO.

PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS

Las categorías en las que se clasifican los números enteros son numerosas y atienden a diversos criterios, siendo los que tienen relación con los divisores -su número y valor- de las más interesantes. Aparecen entonces **los números perfectos, los primos gemelos, los números amigos** y muchos más. Hoy nos daremos un baño por este universo de los elementos de las Matemáticas: los números naturales y enteros.

En el mundo de los números, no sólo hay amigos y perfectos. Los gemelos también se encuentran y con unos lazos familiares muy estrechos. Para que dos números sean **GEMELOS**, han de ser primos y además diferenciarse en dos unidades. Por ello se llaman también **PRIMOS GEMELOS**. ¿Por qué los denominamos así? Porque la diferencia entre dos números primos es siempre mayor o igual que dos (¡excepto el 2 y el 3!). Por ejemplo 3 y 5 son primos gemelos, y también las parejas 5 y 7, 17 y 19, 29 y 31, 101 y 103. Pero pueden encontrarse parejas de gemelos muy grandes como 1.000.000.061 y 1.000.000.063, lo cual no deja de ser sorprendente ya que los números primos escasean cuando aumentan. Se han conjeturado que existen infinitas parejas de primos gemelos, pero este término no ha sido probado todavía.

Los números tienen naturaleza propia al igual que los humanos, todos ellos, esconden rasgos de identidad que los definen y los califican. Para identificarlos, hay que buscar en su interior, dividiéndolos... y luego sumar todos esos matices para obtener el resultado final.

LOS DIVISORES PROPIOS de un número dado nos proporcionan las partes en las que, de modo exacto, puede partirse dicho número. Por ejemplo, los divisores propios del 12 son 1, 2, 3, 4, y 6, y por tanto este número se puede partir en 2, 3, 4 ó 6 parte iguales sin que sobre ni falte. Observa que, en la vida real, cuando componemos las partes en las que hemos dividido un todo, obtenemos el total. ¿Pasará lo mismo con los números? Pues NO.

Si tomamos el 12, por ejemplo, y sumamos sus divisores, resulta $1+2+3+4+6 = 16$, que es mayor que 12. Decimos que 12 es un número **ABUNDANTE** (como el 18 o 20). En cambio, si comenzamos con el 10, cuyos divisores propios son 1, 2 y 5, al sumarlos obtenemos $1+2+5 = 8$, que es menor que 10. Decimos que 10 es **DEFICIENTE** (como el 4, 8 ó 9).

Estos son los más numerosos, porque hay 7.508 números deficientes entre las matriculas de los coches, sin embargo los números abundantes menores que 10.000 existen 2487.

Pero ¿y si hubiéramos tomado el 6? Veamos: el 6 se divide propiamente por 1,2 y 3. Realizando la suma de antes obtenemos $1+2+3 = 6$. ¡El mismo número que de partida! Estos son los números **PERFECTOS**, algo así como los top-models de los números.

Este es el primer número perfecto. La primera prueba escrita de su conocimiento se remonta a los “Elementos de Euclides” escritos alrededor del año 300 a. de C. Allí se pueden ver los cuatro primeros números perfectos: 6, 28, 496 y 8128, el quinto número perfecto, que apareció por primera vez en un manuscrito de 1461, tiene 8 cifras y se trata del número 33.550.336. Se han encontrado 44 números perfectos, el último es: $2^{32582656} \cdot (2^{32582657} - 1)$ que tiene 19.616.714 cifras y fue descubierto en septiembre de 2006. Para su descubrimiento se necesitaron 700 ordenadores, que realizaron cálculos durante nueve meses. ¡Con una sola computadora, el cálculo habría llevado más de 4.000 años!

Buscando amigos

Buscar amigos no es fácil, resulta una tarea complicada, la dificultad radica en que existen muy pocos, se pueden contar con los dedos de una mano, además, son difíciles de recordar, incluso los griegos con toda su sabiduría, sólo encontraron una pareja de amigos. Me refiero naturalmente y como no podía ser de otra forma, a los números amigos.

Los números amigos son una especie rara, uno los mira, los vuelve a mirar, pero no adivina nada anormal en ellos, son tan naturales... pero esconden en su interior un tesoro único. **Jámblico**, filósofo griego, atribuye el descubrimiento de los números amigos al propio Pitágoras, embelleciendo el relato del mismo, con la siguiente anécdota: «Siendo preguntado Pitágoras – ¿qué es un amigo?,- contestó –Alter ego.” Por analogía aplicó el término amigos a dos números cuya suma de partes alícuotas es igual al otro.



PITÁGORAS

Decimos que dos **números** enteros positivos son **AMIGOS**, si la suma de los divisores propios de cada uno de ellos, da como resultado el otro número. Por ejemplo el par **(220, 284)**, son amigos, ya que:

- Los divisores propios de 220 son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110, que suman 284
- Los divisores propios de 284 son 1, 2, 4, 71 y 142, que suman 220



Este par de números amigos se descubrieron muy temprano, incluso los discípulos de Pitágoras les atribuían propiedades místicas. En la Edad Media, existió la creencia de que si se daba de comer a dos personas, (al mismo tiempo pero no en el mismo lugar), sendos alimentos que contenían una inscripción

220 para uno y de 284 para el otro, entonces se volvían amigos por arte de magia. Si nos paramos a pensar un poco, uno de ellos es abundante (el 220) y otro es deficiente (el 284), por lo tanto no es tan malo ser abundante o deficiente, porque gracias a ello, podemos tener amigos. Mientras que los números perfectos son amigos de ellos mismos... Existen 5 parejas de números amigos menores que 10.000. Hasta la fecha se conocen aproximadamente 1.000 parejas de números amigos, aunque su hallazgo ha sido tarea de miles de años. Desde los pitagóricos, hubo que esperar hasta 1636 para que Pierre Fermat encontrara la siguiente pareja de amigos 17.296 y 18.416. Hasta que llegó Euler, un genio de las matemáticas, encontrando cuatro parejas de números amigos, que se les habían pasado por alto, tanto a Fermat como a Descartes, junto a otras 56 más. Pero para demostrar que también Euler era humano y que los genios se pueden equivocar, una de las 60 parejas que encontró, se demostró más tarde que era una pareja de falsos amigos, además de dejarse el segundo par en orden creciente: **1184 y 1210** (año 1867) que fue descubierto por un joven italiano Paganini ¡a los 16 años de edad!

FUENTE	
AUTOR	
TÍTULO	PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS
EDITORIAL/WEB	http// matesconcholate.http// wapedia-wiki
AÑO	
PÁGINA	
ISBN	
TIPOLOGÍA	
SOPORTE	Texto impreso
FORMATO	Continuo
TIPO	Expositivo-Narrativo
USO	Educativo

PROCESOS LECTORES

1. RECUPERAR – OBTENER INFORMACIÓN
1.1 Pregunta
¿Que condición tienen que cumplir dos números para que sean gemelos?
1.1 Respuesta
Han de ser números primos y además diferenciarse en dos unidades
1.2 Pregunta
¿Cuándo aparece la primera prueba escrita de los números perfectos?
1.2 Respuesta
Su primera prueba escrita se remonta a los “ Elementos de Euclides” escritos alrededor del año 300 a de C.
1.3 Pregunta

CENTRO	I.E.S.O. "JOAQUIN ROMERA"		12-2C-20
TÍTULO	PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS	CURSO	2º ESO
PROFESORA	Mª TERESA GUTIÉRREZ	ASIGNATURA	Matemáticas

¿En qué momento se ha encontrado el último número perfecto?

1.3 Respuesta

En septiembre de 2006

2. COMPRESIÓN GLOBAL

2.1 Pregunta

Propón otro título para este texto.

2.1 Respuesta

¡Algunos números distinguidos!, Números amigos y familiares...

2.2 Pregunta

Señala todos los nombres de números que aparecen en el texto y define cada uno de ellos. Pon un ejemplo.

2.2 Respuesta

Nº Gemelos: son números primos y además diferenciarse en dos unidades. Ej 5,7

Nº Abundantes: la suma de sus divisores es mayor que él mismo. Ej 18 porque $1+2+3+6+9=21 > 18$

Deficientes: la suma de sus divisores es menor que él mismo. Ej 8 porque $1+2+4=7 < 8$

Perfectos: La suma de sus divisores da el mismo número. Ej 28 porque $1+2+4+7+14=28$

Amigos: la suma de los divisores propios de un número da el otro número. Ej 1184 y 1210 porque los divisores de 1184 son $1+2+4+8+16+32+37+74+148+296+592=1210$ y los divisores de 1210 son $1+2+5+10+11+22+55+110+121+242+605=1184$

3. INTERPRETACIÓN INFERENCIAS

3.1 Pregunta

Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. El nº 6 es un número amigo.
2. Los números amigos 17296 y 18416 fueron encontrados por Pierre Fermat.
3. El primer par de amigos que se descubrió son 1184 y 1210.
4. Existen 5 parejas de números amigos menores de 10.000

CENTRO	I.E.S.O. "JOAQUIN ROMERA"		12-2C-20
TÍTULO	<i>PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS</i>	CURSO	2º ESO
PROFESORA	Mª TERESA GUTIÉRREZ	ASIGNATURA	Matemáticas

5. El descubrimiento de los números amigos se debe a Jámblico.

3.1 Respuesta

1. Falsa porque el nº 6 es un nº perfecto
2. Verdadera.
3. Falso porque el primer par de amigos son 220 y 284.
4. Verdadera,
5. Falsa porque este es un filósofo griego que atribuye el descubrimiento a Pitágoras

3.2 Pregunta

¿Qué diferencia hay entre los números gemelos y los primos gemelos?

3.2 Respuesta

No hay diferencia, son los mismos números. (La dificultad estriba en que en el texto dice que los gemelos se tienen que diferenciar en dos unidades y que la diferencia entre dos números primos es siempre MAYOR O igual que dos.)

4. VALORACIÓN – REFLEXIÓN CONTENIDO

4.1 Pregunta

¿Si Jámblico, Pitágoras o Descartes eran filósofos, por qué crees que saben tanto de Matemáticas?

4.1 Respuesta

Porque antiguamente todos los saberes estaban interrelacionados; los filósofos eran eruditos que sabían muchas lenguas, matemáticas, filosofía, astronomía...; los saberes no estaban tan compartimentados como ahora.

4.2 Pregunta

¿Qué creencia existía en la Edad Media, según el texto, relacionada con los números?

4.2 Respuesta

Si se daba de comer a dos personas al mismo tiempo pero no en el mismo lugar, esos alimentos tenían una inscripción numérica y se hacían amigos por arte de magia.

5. VALORACIÓN – REFLEXIÓN FORMA

5.1 Pregunta

¿Por qué crees que denominan “amigos” a los números?

CENTRO	I.E.S.O. "JOAQUIN ROMERA"		12-2C-20
TÍTULO	<i>PERFECTOS, AMIGOS Y GEMELOS</i>	CURSO	2º ESO
PROFESORA	Mª TERESA GUTIÉRREZ	ASIGNATURA	Matemáticas

5.1 Respuesta

Porque los números tienen naturaleza propia igual que los humanos y encontrar verdaderos amigos no es fácil como ocurre con los números ya que los divisores de uno te tienen que dar el otro.

5.2 Pregunta

¿Qué opinas de que Euler encontrara una pareja de falsos amigos?

5.2 Respuesta

Abierta. Ejemplo Todos en la vida nos podemos equivocar aunque seas un genio de algo.